

Zéphyros

Das Klima-Lernprogramm

Teil B

Volker Jentsch

<https://www.volkerjentsch.de>

Januar 2023



Kurzfassung

In diesem Artikel geht es um ein einfaches, 0-dimensionales Klimamodell, das die einfallende solare und die abgehende terrestrischer Strahlung bilanziert. Daraus läßt sich die globale Luft-Temperatur nahe der Oberfläche der Erde errechnen. Das Modell ermöglicht eine Antwort auf folgende Fragen: Wie ändert sich die Temperatur, bei Änderung der atmosphärischen Spurenstoffe? Welchen zeitlichen Verlauf nimmt die Temperatur, bis sie ins Gleichgewicht kommt? Wie stabil ist das System hinsichtlich der Wahl der Starttemperatur?

1 Das Modell Zephyros

Die Änderung der globalen Temperatur T in der Nähe der Erdoberfläche (*Bodentemperatur*) lässt sich mittels einer gewöhnlichen, nichtlinearen Differentialgleichung erster Ordnung beschreiben:

$$c_s \dot{T}(t) = Z(T(t)) \quad (1)$$

$$T(t = t_0) = T_0 \quad (2)$$

$$Z = SW(T(t)) - LW(T(t)) \quad (3)$$

wobei c_s die Wärmekapazität der Atmosphäre bezeichnet, $c_s \approx 10^7 \text{Ws/m}^2 \text{K}$. Gleichgewicht wird erreicht, wenn $|SW - LW| < \delta$, mit $\delta \approx 10^{-7}$.

Die Sonne liefert Energie in Form von kurzwelliger Strahlung; davon wird ein Teil¹

$$SW = Q(1 - R) \quad (4)$$

vom Planeten (Atmosphäre plus Boden) absorbiert. $Q = 1370 \text{W/m}^2$ ist die Solarkonstante, und R die planetare Albedo, $R = 0.3$:

$$R = r + r_s(1 - r - a)^2 / (1 - rr_s) \quad (5)$$

In (4) bezeichnen:

a die Absorption der einfallenden Strahlung in wolkenfreier Luft von Wasserdampf und Aerosolen; $a = (1 - c)(0.05\sqrt{H_2O} + aerosol)$ (die Absorption in Wolken ist dagegen vernachlässigbar);

r die Reflexion und Streuung an den Wolken (mit Bedeckungsgrad c , $0 \leq c \leq 1$) und (zu einem deutlich geringeren Anteil) von Aerosolen: $r = (1 - c)aerosol + r_{cloudy}$;

r_s die Reflexion vom Boden, der mit einem Anteil ice eisbedeckt sei,

$r_s = (1 - ice)r_w + (ice)r_k$. Der Eis-Anteil ice hängt ab von der Temperatur $T_s = T - 273$, T_s in ° Celsius und kann durch eine stückweise stetige Funktion approximiert werden:

$$ice(T(t - \kappa)) = \begin{cases} 0 & \text{falls } T(t - \kappa) \geq T_w + 273 \\ 1 & \text{falls } T(t - \kappa) \leq T_k + 273 \\ 1 - \left(\frac{T(t - \kappa) - T_k}{T_w - T_k}\right)^\beta & \text{sonst} \end{cases} \quad (6)$$

wenn r_k , r_w die mit T_k , T_w korrespondierenden Reflexionskoeffizienten sind. Wähle $T_k = -1^\circ \text{C}$, $T_w = 20^\circ \text{C}$, $r_i = 0.55$, $r_w = 0.072$ und $\beta = 0.31$, so dass $ice = 0.1$ und $r_s = 0.12$ für $T_s = 14^\circ \text{C}$ (Abb.1).² Die Änderung der Eisbedeckung erfolge jedoch nicht instantan, sondern mit der Verzögerungszeit κ . Diese verlangt modifizierte Anfangsbedingungen; statt (2) muß gelten:

¹ausführliche Erläuterungen in: (1) Jentsch, V., An energy balance climate model with hydrological cycle, *J.Geophys. Res.*,17169-17179, 1991; oder (2) Jentsch, V., Cloud-ice-vapor feedbacks in a global climate model, in *Irreversible Phenomena ...in Geosciences*, edited by C. and G.Nicolis, 1987.

²Alle Abbildungen wurden mit dem Graphik-Programm *Gnuplot* erzeugt.

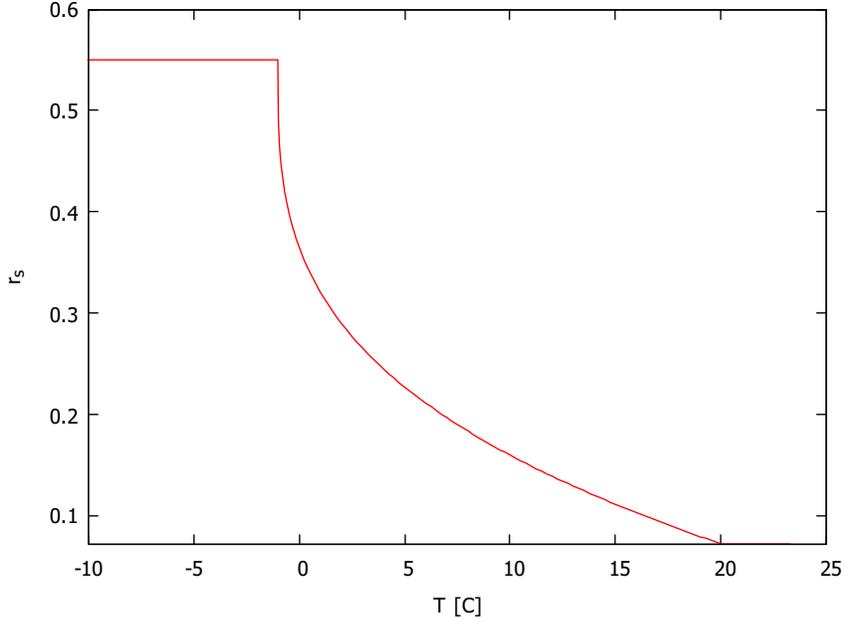


Abbildung 1: Boden-Albedo r_s als Funktion der Temperatur

$T(t - k) \dots T(0) = T_0$. Die Bedeckung c durch Wolken wird als gegeben resp. konstant vorausgesetzt; de facto ist sie vor allem eine Funktion der relativen Feuchte, deren Kenntnis die Berücksichtigung des hydrologischen Zyklus voraussetzt, (siehe Fußnote 1).

Die vom Planeten emittierte langwellige Strahlung LW setzt sich zusammen aus der Strahlung von Boden und Wolken, die direkt durch das atmosphärische Fenster (AF) im Wellenlängenbereich von $14 - 18 \mu m$ dringt, sowie der Strahlung im Wellenlängenbereich außerhalb des Fensters, die von der klaren und bewölkten Atmosphäre emittiert wird:

$$LW = 4\epsilon\sigma T^4 \quad (7)$$

$$\epsilon = (1 - c)L_{clear} + cL_{cloudy} \quad (8)$$

$$L_{clear} = \tau + (1 - \tau)(T_a/T)^4 \quad (9)$$

$$L_{cloudy} = \tau_c(T_c/T)^4 + (1 - \tau_c)(T_{cc}/T)^4 \quad (10)$$

Die Emissivität ϵ integriert die komplexen Vorgänge der langwelligen Strahlungstransports in der Atmosphäre. Es sind: $\epsilon = 5.67 \times 10^{-8}$ die Boltzmann-Konstante, $T_a = T - \Gamma h_a$ die Temperatur am effektiven Strahlungsniveau der klaren Atmosphäre; $T_c = T - \Gamma h_c$ und $T_{cc} = T - \Gamma(h_c + H)/2$ die Temperaturen am effektiven Strahlungsniveau der Wolken innerhalb bzw. außerhalb des AF , mit $H = 10 km$ (Tropopause), $h_c = 3 km$ (entspricht ungefähr der mittlere

Wolken-Oberkante) und $h_a = H/2 \text{ km}$, sowie $\Gamma = 6.7 \text{ K/km}$. Die Durchlässigkeit der Atmosphäre sei τ ; sie hängt ab von den atmosphärischen Treibhausgasen, hier reduziert auf die wesentlichen Komponenten, nämlich H_2O und CO_2 und wird aus empirischen Formeln für CO_2 und H_2O zusammengesetzt:

$$\tau(CO_2) = 0.9 - \alpha \ln(1 + CO_2) \quad (11)$$

$$\tau(H_2O) = (0.4 - 0.05\sqrt{H_2O})/\tau(CO_2^*) \quad (12)$$

$$\tau = \tau(CO_2)\tau(H_2O) \quad (13)$$

wenn $CO_2^* = 280 \text{ ppm}$ (Wert aus vorindustrieller Zeit) gesetzt wird. Der Parameter α regiert die Sensitivität der globalen Temperatur bezüglich der CO_2 - Konzentration in der Atmosphäre. Der Wasserdampf wird durch den Sättigungs-Dampfdruck (SD) ersetzt: $H_2O = SD(T)$, H_2O in mbar , CO_2 in ppm , $1 \text{ ppm} = 10^{-4}\%$. Wasserdampf nimmt mit der Höhe exponentiell, CO_2 dagegen linear ab: $H_2O(h) = H_2O \exp -0.5h$, $CO_2(h) = CO_2(1 - h/H)$.³

2 Zephyros, Ergebnisse

Aufgrund der zahlreichen Parameter gibt es mehrere Optima bei der Anpassung des Modells an den vor-industriellen Zustand, der durch $T_s = 14^\circ$ Celsius definiert sei. Das „beste“ Optimum liefert die folgende Konstellation:

$c = 0.5$, $r_{clear} = 0.05$ (Aerosole), $r_{cloudy} = 0.45$, so dass $R = 0.3$. Setze schließlich in (10) $\alpha = 0.06$, so dass $T(2 * CO_2) - T_s \approx 1.5^\circ \text{ C}$. Würde ich hingegen verlangen, dass bei Verdoppelung von CO_2 die Temperatur um 2 Grad zunimmt, müsste ich α vergrößern, was wiederum eine erneute Anpassung anderer Parameter erfordern würde. Kurzum: die Ergebnisse des Modells zeigen die Richtung – ob sich die Temperatur erhöht oder verringert; sie sind jedoch mit Vorsicht zu genießen, wenn es um die Größe der Änderung geht.⁴

Aus der Vielzahl der Computer-Experimente seien sechs exemplarisch ausgewählt (siehe auch: https://www.volkerjentsch.de/Klima_II.html):

- Evolution des Systems für verschiedene Anfangsbedingungen: $T = T(t; T_0)$ (Abb. 2)

Angenommen, das System befinde sich im Gleichgewicht; die Temperatur sei $T_s = T_{ref} = 14^\circ$, die Parameterwerte wie oben ausgeführt, eingestellt. Irgendein kurzzeitig wirkender Mechanismus bringe das System aus dem Gleichgewicht, unter der Annahme, dass die Parameter sich nicht ändern (eine zugegebenermaßen recht theoretische Forderung). Eine Abschätzung der Relaxationszeit liefert $t_{relax} = 16(273^3)\sigma/c_s \approx 6.3 \text{ Tage pro } ^\circ\text{C}$, was

³Alle vorweg bezeichneten und quantifizierten Parameter sind zum Teil empirischer Natur, zum Teil abgeleitet aus aufwendigen Rechnungen, angewendet auf die speziellen Bedingungen in der Atmosphäre der Erde.

⁴Die Numerik wurde doppelt geprüft: mit einem Fortran-Compiler und Firefox via Javascript. Zu meiner Überraschung ergaben sich Übereinstimmungen bis in die sechzehnte Nachkommastelle.

auf 100 Tage hinausläuft, um zu T_{ref} zu relaxieren, in guter Übereinstimmung mit Abb.2. Es sind fünf solcher Experimente dargestellt: die Rückkehr der „gestörten“ Temperatur in den ursprünglichen Zustand hängt ab vom Startwert. Für $T_s(0) > 1^\circ$ schwingt das System zurück in den aktuellen warmen, für Temperaturen $T_s(0) < 1^\circ$ dagegen in den tiefgefrorenen Zustand. Das Auseinandergehen („bifurkieren“) der Kurven wird durch den Eis-Albedo-Effekt verursacht – gemäß Gleichung (5), wenn bei Temperaturen unter Null die gesamte Erde mit Eis oder Schnee bedeckt ist. Die Existenz von mehr als einem Gleichgewichtspunkt ist typisch für nicht-lineare Differentialgleichungen; der vorliegende Fall wird gerne als Beispiel für solches Verhalten genutzt.

- Änderung der Temperatur bei Änderung der CO_2 -Konzentration unter ein- bzw. ausgeschalteten feedbacks: $T = T(CO_2)$ (Abb. 3)

Hier geht es um die viel diskutierte Erwärmung durch CO_2 . In Abb. 3 ist die Temperaturdifferenz $\Delta T = T - T_s, T_s = 14$ als Funktion des Kohlenstoff-Anteils der Luft für folgende Szenarien errechnet: beide Feedbacks (Eis- und Wasserdampf) ein- bzw. ausgeschaltet („mit“ bzw. „ohne“); sowie einzeln ein- bzw. ausgeschaltet („ohne H_2O “ bzw. „ohne Eis“). Bei deaktivierten Feedbacks wird Bodenalbedo bzw. Wasserdampf im jeweils aktuellen Zustand (entsprechend der Referenz-Temperatur T_{ref}) eingefroren, was zur Folge hat, dass alle Kurven sich im aktuellen Klima [1,0] treffen. Erwartungsgemäß ist die „ohne“ - Kurve am wenigstens gekrümmt, die „mit“ -Kurve am stärksten gekrümmt. Für alle Kurven gilt dagegen: der Abkühlungseffekt ist bei abnehmendem CO_2 (gleichbedeutend mit zunehmender Transparenz der Atmosphäre) sehr viel ausgeprägter als die Erwärmung bei abnehmender Durchlässigkeit (Verstärkung des Treibhaus-effektes).

- Änderung der Temperatur bei gleichzeitiger Änderung von CO_2 und Aerosol-Eintrag: $T = T(t; CO_2(t), aerosol(t))$ (Abb. 4)

Ein Vulkan bricht aus und schleudert eine Menge Schwefeldioxyd und Staubpartikel in die Atmosphäre, der sich über den Globus verteilt und schnell wieder abklingt. Die ausfließende Lava entfacht gewaltige Waldbrände mit erheblichem Ausstoß von CO_2 . Findigen Geo-Ingenieuren gelingt es, das zusätzliche CO_2 innerhalb eines Jahres in der Erde zu verstauen. In ähnlicher Weise kann Abb. 6 interpretiert werden. Die Zunahme von Aerosolen wirkt auf zweierlei Weise: kühlend durch verstärkte Reflexion, erwärmend durch verstärkte Absorption der kurzwelligen Strahlung in wolkenfreier Luft (siehe (4)). Die Abkühlung überwiegt, was zur Folge hat, dass der erwärmende Effekt durch CO_2 deutlich reduziert wird (in Indien wird diese Form des „radiation management“ erwogen, wohl auch schon ausprobiert?)⁵

- Änderung der Temperatur bei gleichzeitiger Änderung der Wolkenhöhe, aber

⁵Lese nach bei Kim Stanley Robinson, The Ministry for the Future, 2020

verzögertem Eisfeedback: $T = T(t; h_c(t))$ (Abb.5)

In Abb. 5 fällt die Wolkenhöhe (h_c) und geht dann auf die ursprüngliche Höhe zurück. Die Bildung von Eis erfolge verzögert. Es ergibt sich ein ähnliches Phänomen wie schon in Abb. 2 diskutiert: obwohl die Wolkenhöhe nach ihrem Abstieg wieder auf den Ausgangswert zurückgeht, rutscht die Temperatur mit $delay = 0$ in den tiefgefrorenen Zustand, während sie bei verzögertem Eisfeedback (was wohl eher der Wirklichkeit entspricht), hier für $delay > 200$ Tagen, „die Kurve kriegt“ und den Ausgangszustand wiederherstellt.

Eine Anmerkung zu den „Wolken“ im Modell – sie sind de facto nichts anderes als ein mathematisches Konstrukt. Der Einfluß auf- bzw. absteigender „Wolken“ als auch der Grad ihrer Bedeckung hat erheblichen Einfluß auf die Temperatur. Aufsteigende Wolken wärmen, während absteigende kühlen (bei ansonsten konstanten Eigenschaften). Wolken sind sozusagen eine zweite Oberfläche, die, da weit über dem Boden, mit deutlich geringerer Temperatur als der Boden abstrahlt. Hebt sich die Wolkendecke, nimmt aufgrund des T^4 - Gesetzes die langwellige Abstrahlung ab. Dies ist der dominierende Effekt; die Änderung der Transparenz der Luft (sie nimmt zu, da der Wasserdampf mit zunehmender Höhe abnimmt) kompensiert sich gemäß (9) weitgehend. Könnten unsere Geo-Ingenieure also einen Mechanismus erfinden, mit dem die Wolken global gesenkt werden? Global sicher nicht, aber lokal könnte das vielleicht gehen.⁶

Werden mehr Wolken (bei gleicher Höhe) gebildet (Bedeckungsgrad c nimmt zu), führt das zu einer Abkühlung. Hier ist es nicht die langwellige Komponente in der Strahlungsbilanz, sondern die kurzwellige, die dominiert: mehr Wolken erhöhen die globale Albedo und übertreffen den gleichzeitig wirkenden, verstärkten Treibhauseffekt. So kann die Temperatur konstant gehalten werden, wenn die abkühlende Wirkung absinkender Wolken mit der erwärmenden Wirkung einer abnehmenden Bedeckung kompensiert wird. Dazu gibt es allerlei Graphik in der Literatur.⁷

- Kompensierende Mechanismen

Erwärmung durch Zunahme von CO_2 in der Luft kann aufgrund der Strahlungsbilanz kompensiert werden durch :

Erhöhung des Bedeckungsgrades oder
Absenken der Wolkenhöhe oder
Zunahme des Aerosolgehalts.

Abgesehen von den Schwierigkeiten (bis hin zu den Unmöglichkeiten), diese Effekte zu realisieren und der nicht absehbaren Folgen für das gesamte System, ist die sicherste Methode, die globale Erwärmung abzuschwächen,

⁶Inwieweit sich das Bild ändert, wenn die komplizierten Prozesse der Wolkenbildung in realistischer Weise berücksichtigt werden, bleibe dahingestellt. Mit den Wolken tun sich auch die besten Klimamodelle nach wie vor schwer.

⁷Zum Beispiel bei Mc Guffie and Henderson-Sellers, *A Climate Modelling Primer*, John Wiley, 2005.

wenn die Produktion von zusätzlichem Treibhausgas durch den Menschen vermieden wird.

- Vergleich mit prominenten Klimamodellen (Abb. 6 und 7)

Gewagt, werden die Modellierer sagen. Sei's drum. Ich lasse das CO_2 mit 2 ppm/Jahr exponentiell wachsen; dieser Wert wird in der Literatur als durchschnittliche Wachstumsrate der vergangenen 50-70 Jahre angegeben. Sei $T = (273 + T_{ref}) + \delta T$, mit $\delta T \ll T$. Dann ist

$$c_s \dot{\delta T} = Z(273 + T_{ref}) + \dots \quad (14)$$

$$\delta T(t = t_0) = 0 \quad (15)$$

so dass

$$\delta T \sim (wZ)t \quad (16)$$

also linear mit Steigung wZ zunimmt. Genau das liefert das numerische Experiment.

Vergleich mit den Kurven der Klimaexperten ergibt: Zephyros gerade Linie verträgt sich läßt, so scheint es, am besten mit der blauen Linie.

Eine nette Abwandlung des Spiels ist ein Zugabe von Aerosolen durch Vulkan-Ausbruch. Die erzeugt eine vorübergehende Abkühlung, entsprechend der kurzen Verweildauer in der Atmosphäre. Derartiges Geschehen scheint in den Klimakurven der Experten nicht vorgesehen zu sein.

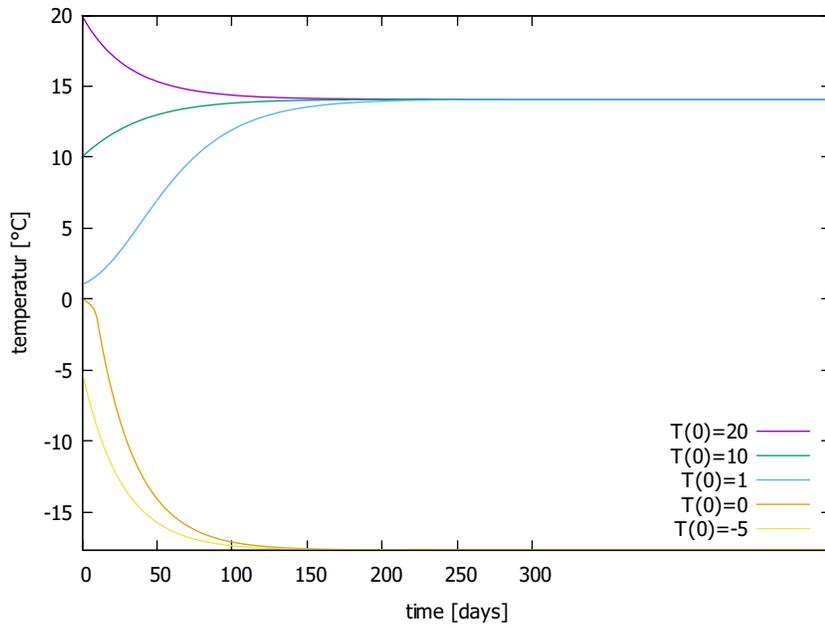


Abbildung 2: Evolution der globalen Temperatur für Anfangsbedingungen $T_0 = 20^\circ C$, $T_0 = 10^\circ C$, $T_0 = 1^\circ C$, $T_0 = 0^\circ C$ und $T_0 = -5^\circ C$

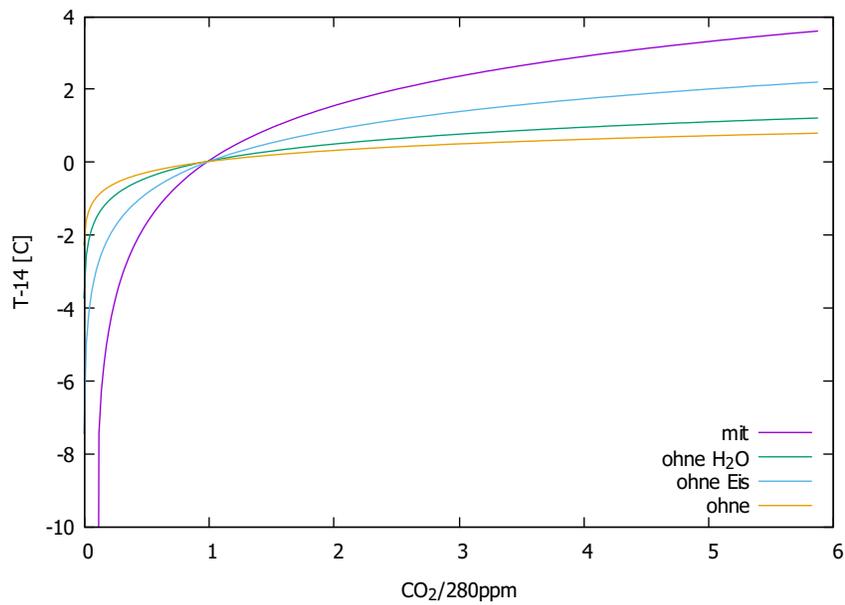


Abbildung 3: Änderung der Temperatur bei Änderung der CO_2 Konzentration in der Luft, mit und ohne feedbacks

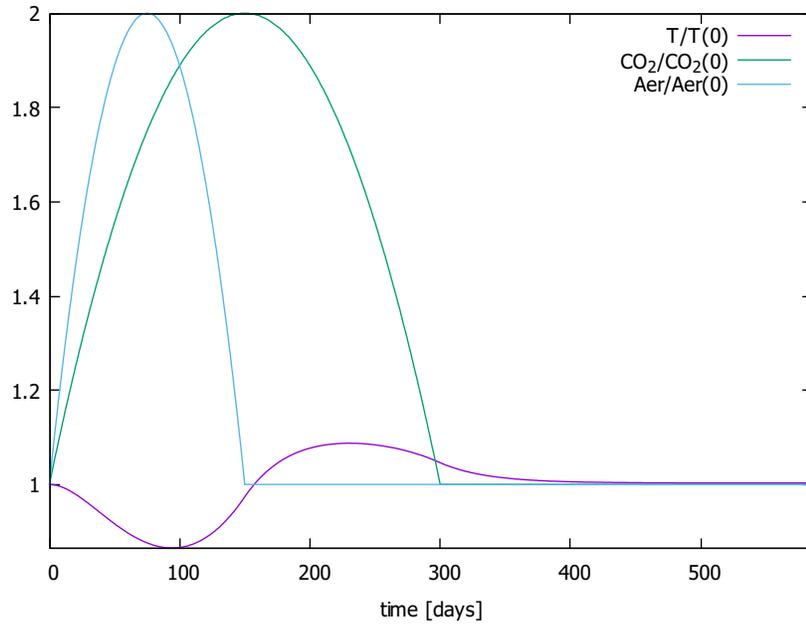


Abbildung 4: Moderate Temperatur-Änderung als Folge der Verdoppelung von CO_2 und Aerosol mit nachfolgender Abnahme auf das ursprüngliche Niveau

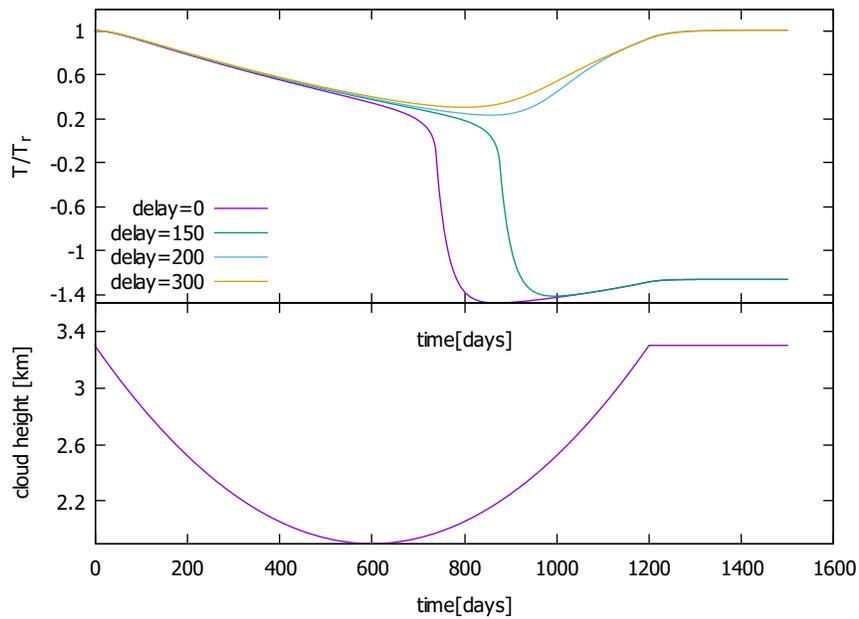


Abbildung 5: Temperatur bei sich ändernder Wolkenhöhe, als Funktion eines verzögerten Eis-Feedback ($delay$ in Tagen). Verzögerung der Eisbildung kann stabilisierend wirken.

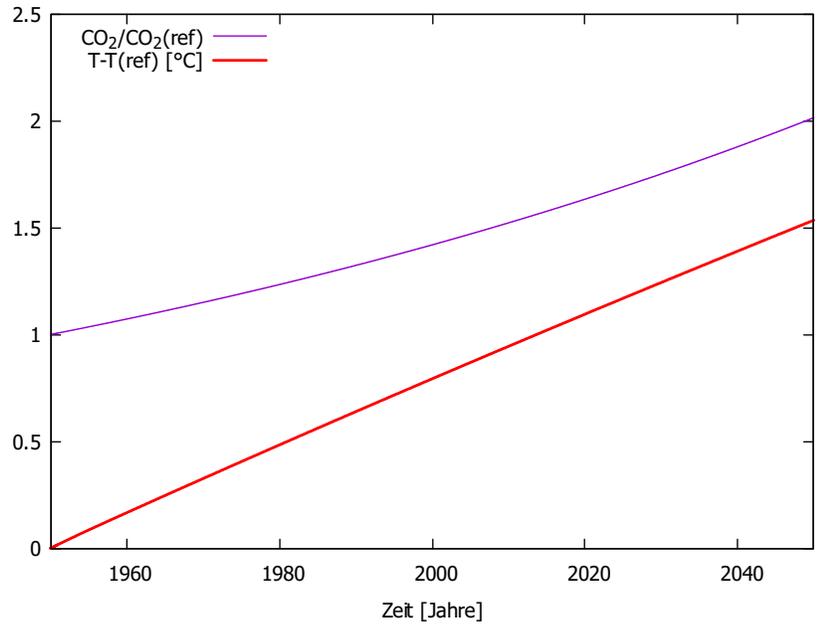


Abbildung 6: Änderung der Temperatur bei exponentiellem Anstieg von CO_2 mit 2 ppm/Jahr bis ins Jahr 2050.

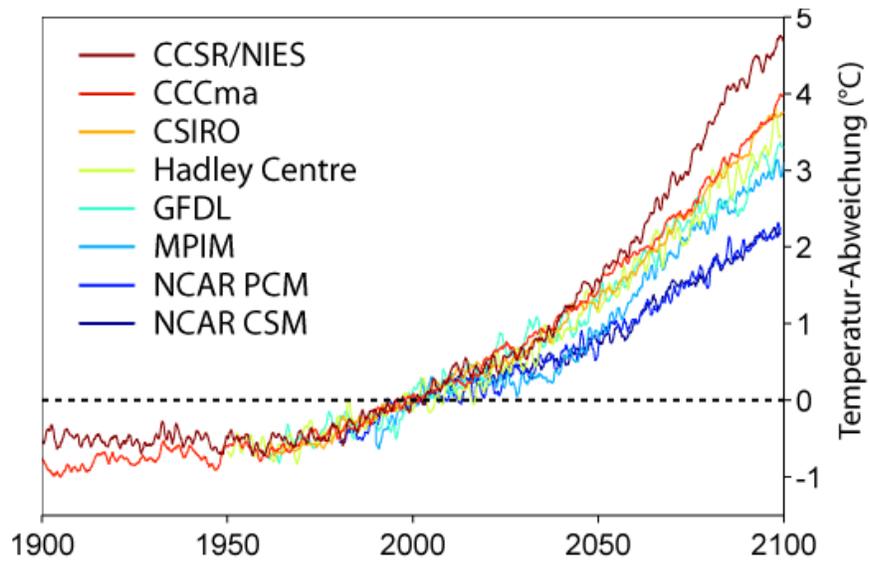


Abbildung 7: Änderung der Temperatur in prominenten Klimamodellen (Quelle: Wikipedia).

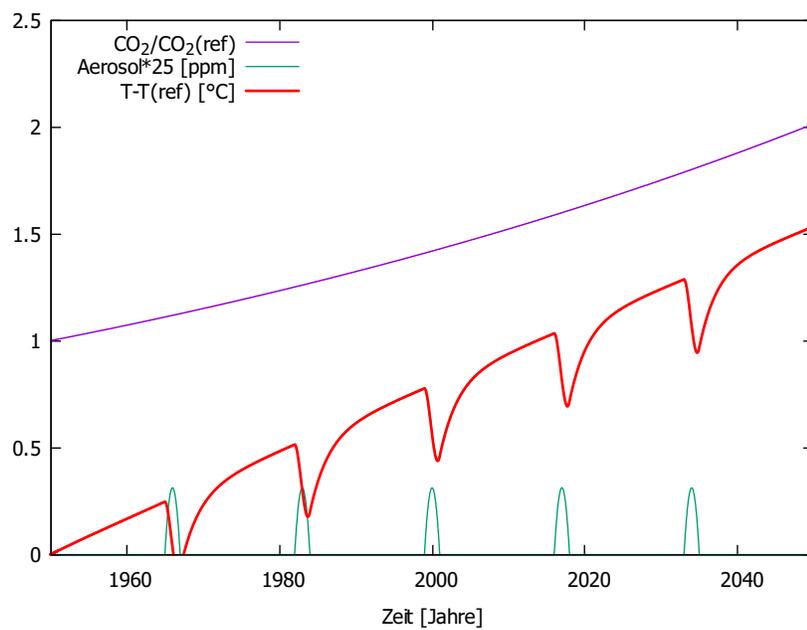


Abbildung 8:

Dasselbe wie in Abb.6, jetzt mit Störung der Temperatur-Zunahme durch Aerosol-Eintrag. Der stetige Zuwachs an Temperatur läßt sich davon nicht einschüchtern. Am Ende bleibt es, trotz Unterbrechungen durch Aerosol-Eintrag, bei etwa 1.5 Grad Erhöhung nach hundert Jahren.